

GEOMETRÍA TANGENCIAS Y ENLACES

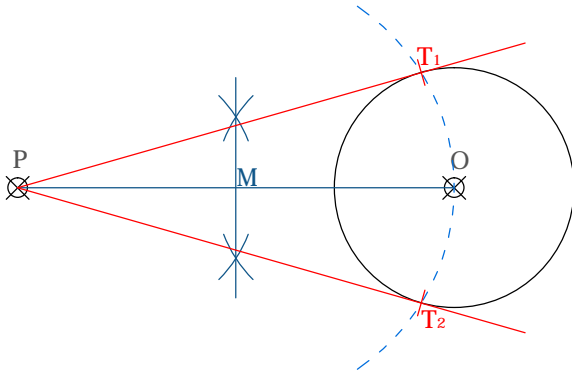
TANGENTE significa que un elemento (recta o curva) toca a otro únicamente en un punto: el punto de tangencia **T**

Podemos tener: - rectas tangentes a circunferencias

- circunferencias tangentes entre sí, en este 2º caso se llaman ENLACES

RECTAS TANGENTES

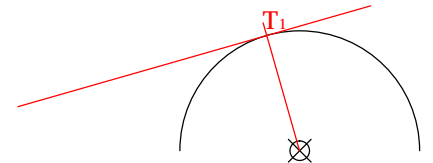
1) Recta tangente de un punto a una circunferencia.



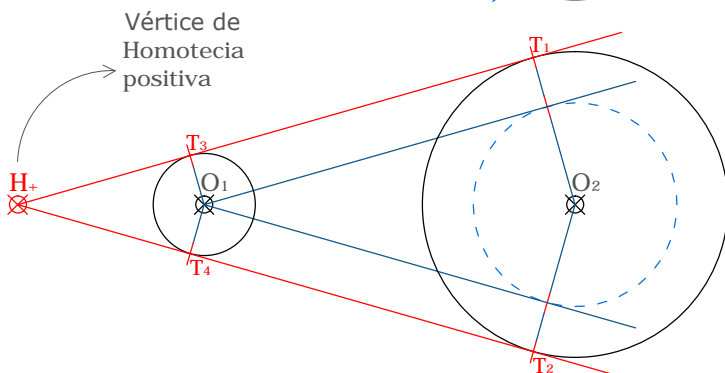
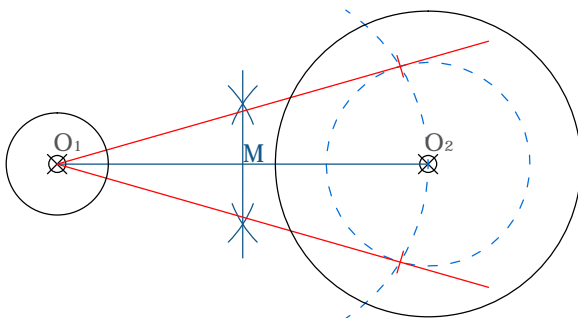
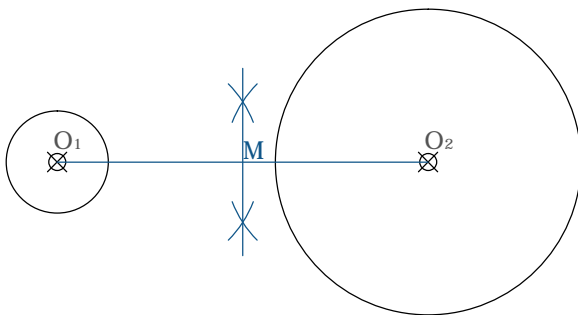
Para trazar las rectas tangentes unimos El punto y el centro de la circunferencia y desde el punto medio M hacemos un arco que pase por O. Los puntos de corte resultantes son los de tangencia

La recta tangente siempre es perpendicular al radio de la circunferencia desde T.

Señalaremos el punto de tangencia con una rayita en dirección del radio.



2) Rectas tangentes entre dos circunferencias.



Las rectas tangentes a dos circunferencias son 4:

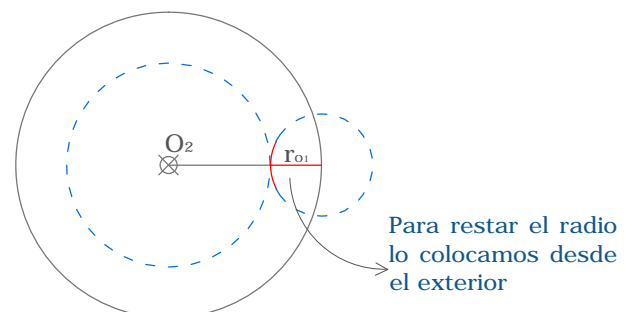
- Dos rectas EXTERIORES
El punto donde se cortan las rectas está a un lado de ambas y alineado con sus centros.
Y es por tanto el centro de HOMOTECIA o semejanza positiva.
- Dos rectas INTERIORES
El punto donde se cortan las rectas está situado entre las dos circunferencias y alineado con sus centros.
Es el centro de HOMOTECIA o semejanza negativa

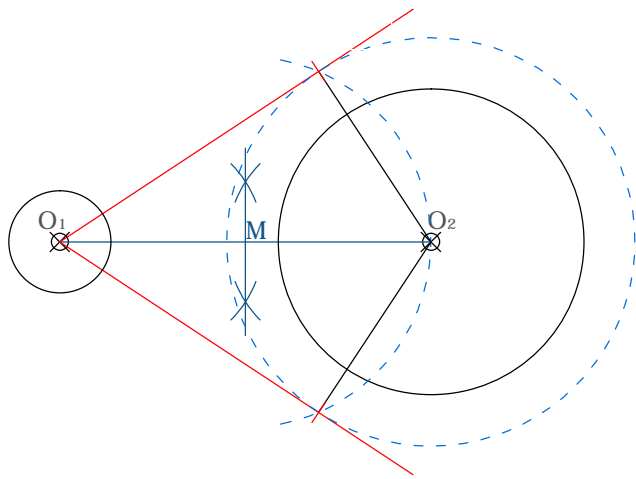
RECTAS TANGENTES EXTERIORES

Si consideramos el punto como circunferencia de radio cero, en realidad es el mismo problema anterior.

Para que esto ocurra le **RESTAMOS EL RADIO** de la circunferencia pequeña a la grande y calculamos las tangentes del Punto a la circunferencia.

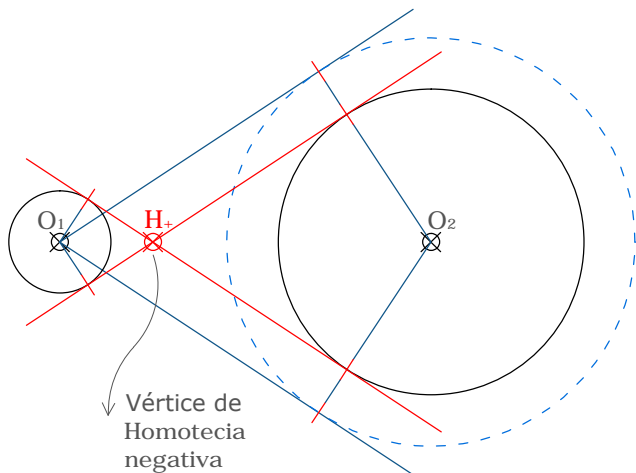
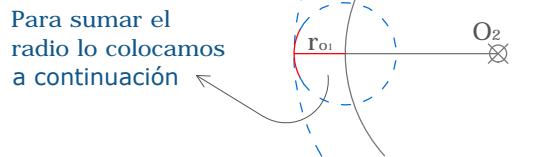
Después al alargar el radio y tocar con la circunferencia original, tendremos las rectas tangentes.





RECTAS TANGENTES INTERIORES

En este caso, vamos a **SUMAR EL RADIO** de las circunferencias. Realizamos el procedimiento "tangentes de un punto a una circunferencia". Después, en el corte del radio con la circunferencia original tendremos las rectas tangentes.



CURVAS TANGENTES O ENLACES

Para encontrar las curvas tangentes vamos a necesitar una serie de datos previos. La primera subdivisión clave es saber si conocemos el RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA ENLACE.

- OPCIÓN 1) Dados dos elementos y el radio de enlace
- OPCIÓN 2) Dados tres elementos (conocidos como problemas de Apolonio)

DADOS DOS ELEMENTOS Y EL RADIO DE ENLACE

Conocido el radio, las posibilidades de enlaces son:

- 1) r·PP. PUNTO + PUNTO
- 2) r·PR. PUNTO + RECTA
- 3) r·RR. RECTA + RECTA
- 4) r·RC. RECTA + CIRCUNFERENCIA
- 5) r·PC. PUNTO + CIRCUNFERENCIA
- 6) r·CC. CIRCUNFERENCIA + CIRCUNFERENCIA

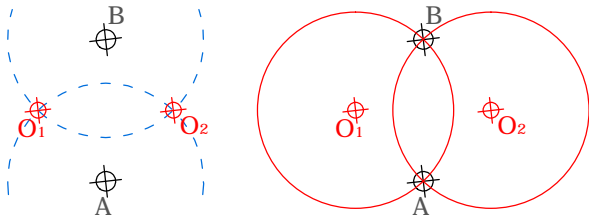
DADOS TRES ELEMENTOS: 10 PROBLEMAS DE APOLONIO

Radio desconocido, las posibilidades de enlaces son:

- 1) PPP. PUNTO + PUNTO + PUNTO
- 2) PPR. PUNTO + PUNTO + RECTA
- 3) PRR. PUNTO + RECTA + RECTA
- 4) RRR. RECTA + RECTA + RECTA
- 5) RRC. RECTA + RECTA + CIRCUNFERENCIA
- 6) RCC. RECTA + CIRCUNF.+ CIRCUNFERENCIA
- 7) CCC. CIRCUNF. + CIRCUNF.+ CIRCUNFERENCIA
- 8) PPC. PUNTO + PUNTO + CIRCUNFERENCIA
- 9) PCC. PUNTO + CIRCUNF.+ CIRCUNFERENCIA
- 10) PRC. PUNTO + RECTA + CIRCUNFERENCIA

r·PP ENLACE ENTRE DOS PUNTOS

Radio dado: r



DOS SOLUCIONES POSIBLES

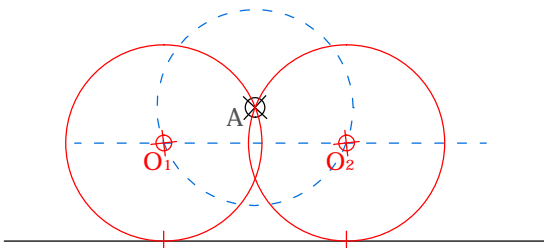
Con el radio dado, hacemos circunferencias con centro en A y B y dónde se cortan ambas, se encuentran los centros de las circunferencias SOLUCIÓN.

r·PR ENLACE ENTRE UN PUNTO Y UNA RECTA

Radio dado: r

Dos posibilidades de ejercicio:

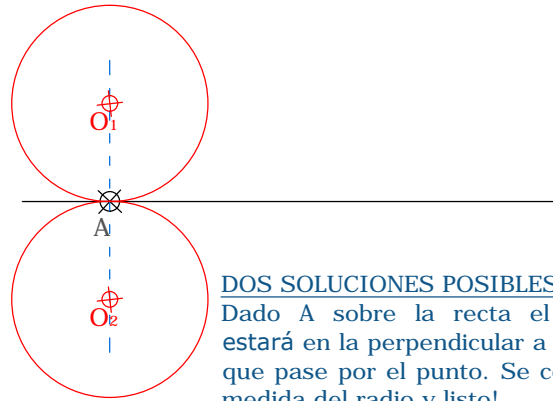
1) El punto es externo a la recta



DOS SOLUCIONES POSIBLES

Desde el punto A se traza una circunferencia de radio r . Desde la recta se traza una // a r de distancia. Dónde se cortan ambos trazados se encuentran los puntos de la solución. No olvides marcar las tangencias en la recta!!

2) El punto está sobre la recta

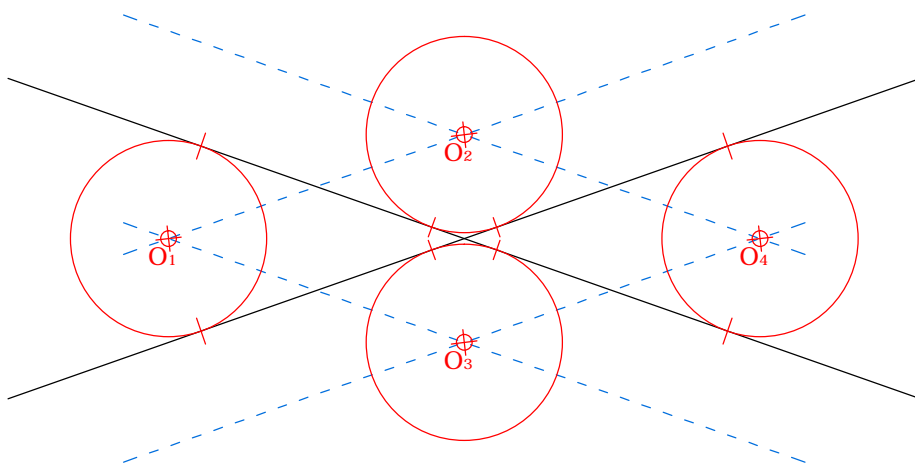


DOS SOLUCIONES POSIBLES

Dado A sobre la recta el centro estará en la perpendicular a la recta que pase por el punto. Se coloca la medida del radio y listo!

r·RR ENLACE ENTRE DOS RECTAS

Radio dado: r



CUATRO SOLUCIONES POSIBLES

Dadas dos rectas secantes, los centros de las circunferencias tangentes estarán en sus bisectrices.

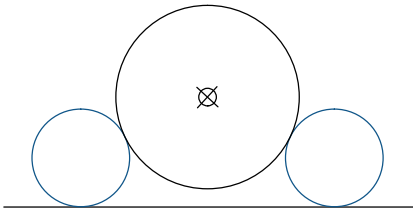
Se puede trazar las bisectrices y paralelas a una de las rectas a la distancia del radio, O bien (como en el dibujo) trazar paralelas a la distancia del radio a ambas rectas y por los dos lados. Salen hasta 4 soluciones posibles. RECUERDA marcar las tangencias.

r-RC ENLACE ENTRE UNA RECTA Y UNA CIRCUNFERENCIA

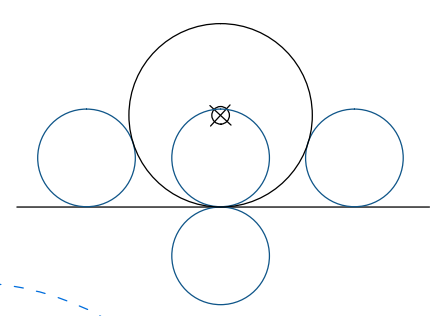
Radio dado: r

Dependiendo de la posición de la recta y la circunferencia hay más o menos soluciones posibles:

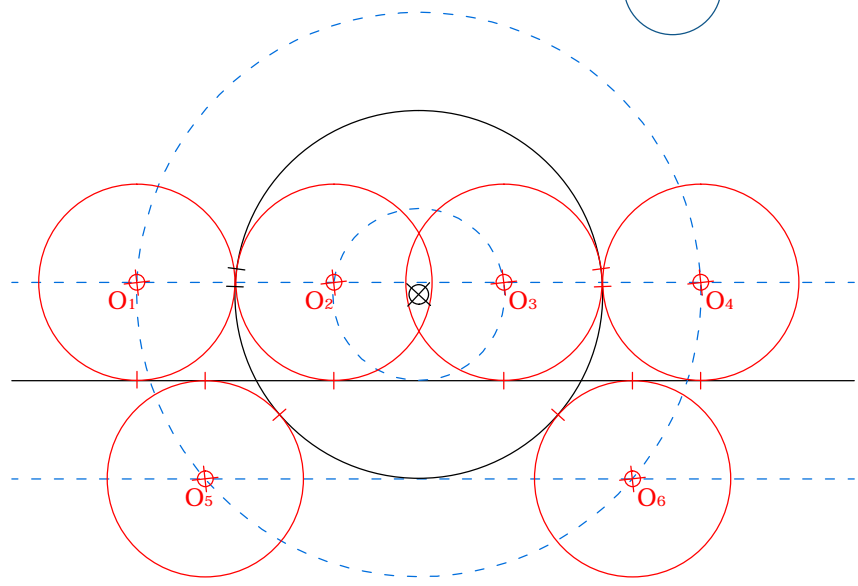
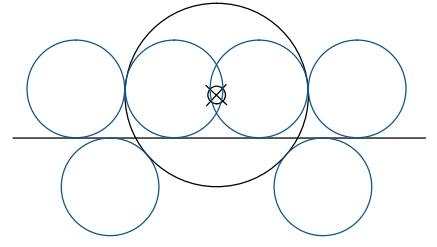
Circunferencia externa a la recta
2 SOLUCIONES POSIBLES



Circunferencia tangente a la recta
4 SOLUCIONES POSIBLES



Circunferencia secante a la recta
2 SOLUCIONES POSIBLES



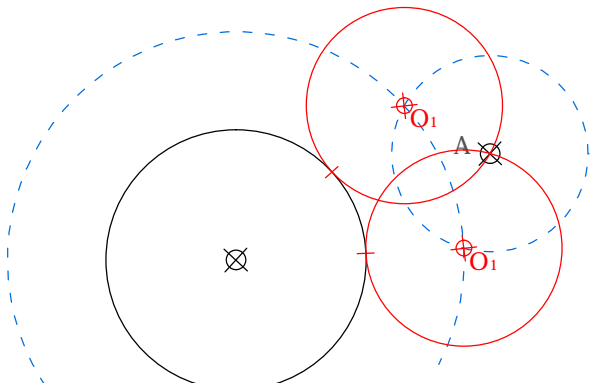
SEIS SOLUCIONES POSIBLES
Dadas recta y circunferencia secantes, los centros solución de las circunferencias tangentes estarán en el corte de las circunferencias concéntricas separadas a un radio r de distancia y las rectas // a la recta original separadas también a un radio r de distancia.
RECUERDA marcar las tangencias.

r-PC ENLACE ENTRE UN PUNTO Y UNA CIRCUNFERENCIA

Radio dado: r

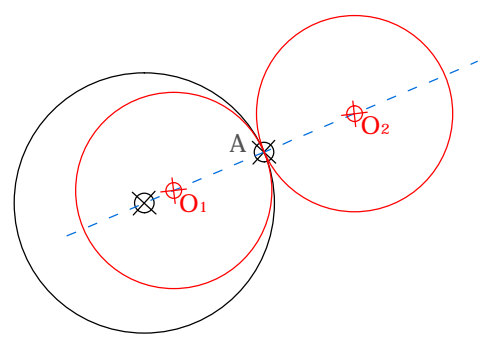
Dos posibilidades de ejercicio:

1) El punto es externo a la circunferencia



DOS SOLUCIONES POSIBLES
Se traza circunferencia concéntrica a la dada con la suma del radio y se busca el corte con la circunferencia de radio r trazada desde A. Allí salen los dos centros.

2) El punto está sobre la circunferencia



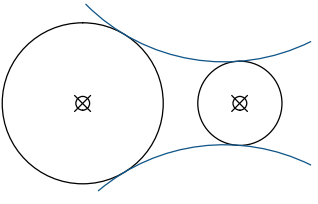
DOS SOLUCIONES POSIBLES
Si el punto está en la circunferencia es directamente el punto de tangencia, así que en la recta que en el centro con A encontraremos los centros a uno y otro lado del punto.

r-CC ENLACE ENTRE DOS CIRCUNFERENCIAS

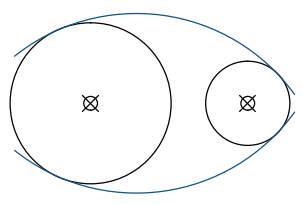
Radio dado: _____ r _____

A partir del radio existen hasta 8 soluciones posibles, dependiendo si son tangentes a las circunferencias por el exterior o las "recogen" en su interior:

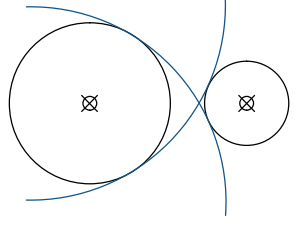
Enlace exterior/exterior
2 SOLUCIONES



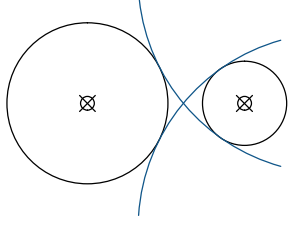
Enlace interior/interior
2 SOLUCIONES



Enlace interior/exterior
2 SOLUCIONES



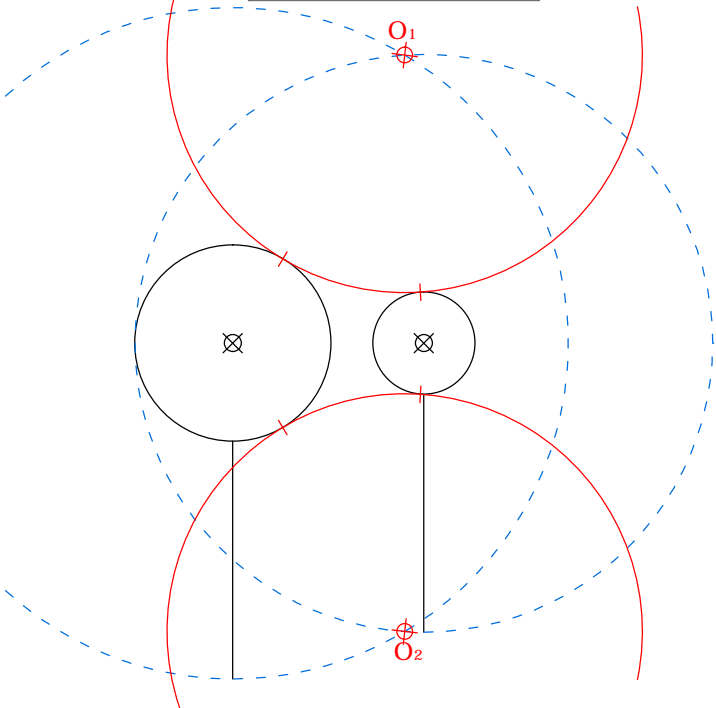
Enlace exterior/interior
2 SOLUCIONES



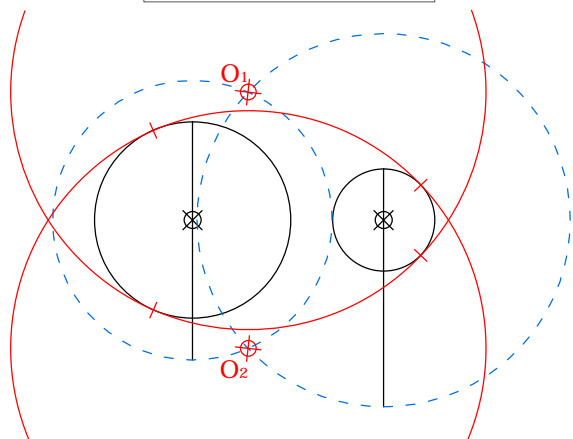
Si queremos que la circunferencia toque POR EL EXTERIOR, debemos **sumar el radio** de la circunferencia de enlace.

Si queremos que la circunferencia toque POR EL INTERIOR, debemos **colocar el radio** de la circunferencia de enlace **sobre un diámetro** de la dada.

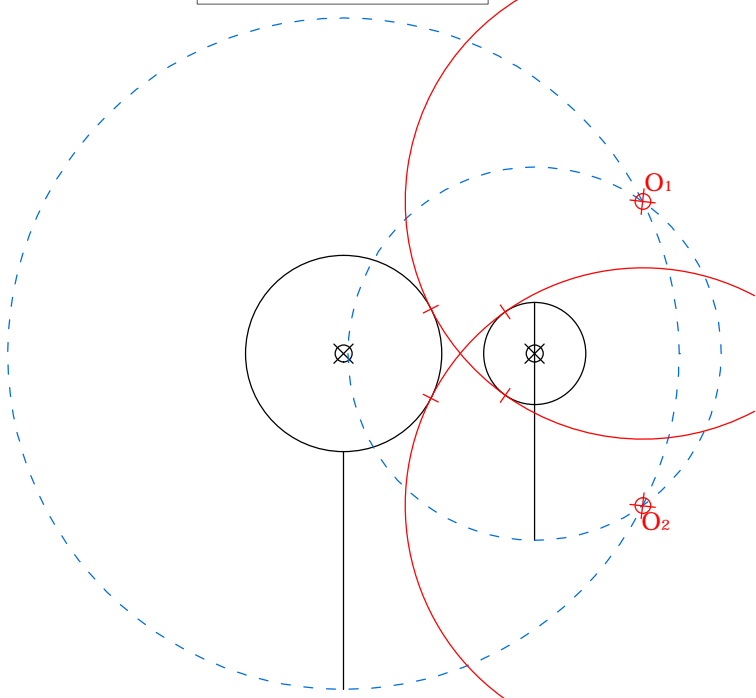
EXTERIOR / EXTERIOR



INTERIOR / INTERIOR



EXTERIOR / INTERIOR



INTERIOR / EXTERIOR

